

Première partie

Étude et propriétés des télescopes

1.1. Question de cours.

1.1.1. L'approximation de l'optique géométrique consiste à considérer les dimensions caractéristiques a des ouvertures très grandes devant la longueur d'onde λ . Soit : $a \gg \lambda$

1.1.2. Un système optique centré est un système qui possède une symétrie de révolution autour de son axe optique (principal).

1.1.3. Conditions de l'approximation de Gauss

- Les rayons lumineux sont peu inclinés par rapport à l'axe optique principal.
- Les rayons lumineux sont proches l'axe optique principal.

Propriétés : Un système optique *centré* utilisé dans ces conditions est stigmatique et aplanétique.

1.2. Étude d'un miroir sphérique

1.2.1. *Le foyer est le conjugué d'un point à l'infini !*

- F (foyer objet) est un point de l'axe optique principal dont l'image est rejetée à l'infini.
- F' (foyer image) est un point de l'axe optique principal image d'un point à l'infini.
- Positions ; en utilisant la relation de conjugaison avec origine au sommet S , on en déduit :

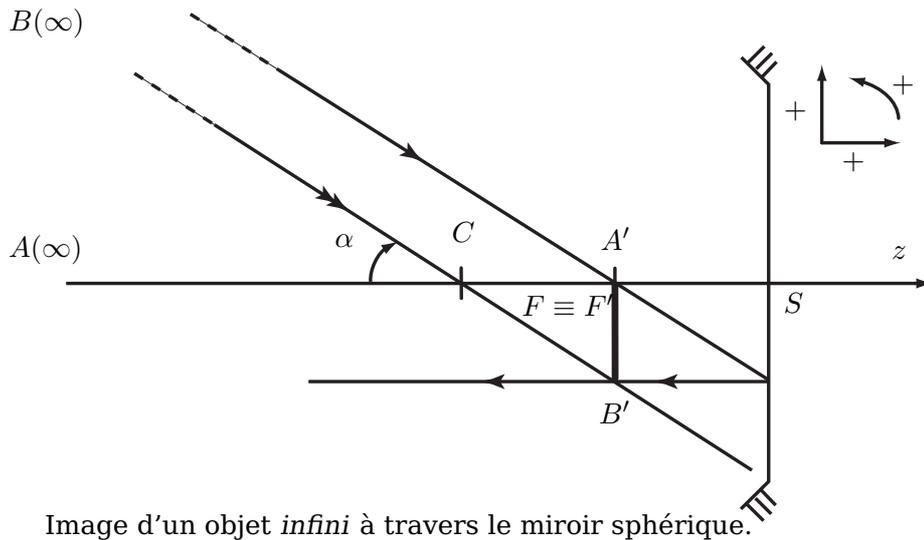
$$\boxed{\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}}$$

- Distance focale :

$$\boxed{f = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = -\frac{R}{2}}$$

1.2.2.

1.2.2.1. Construction de la position des images respectives A' et B' :



1.2.2.2.

- **Position** : A' et B' sont les conjugués de deux points situés à l'infini dont l'un se trouve sur l'axe optique, par conséquent ces deux images appartiennent au *plan focal image* du miroir (avec A' appartenant à l'axe optique).
- **Taille** : D'après § 1.2.2.1., on a (avec α petit) :

$$\tan \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}} \approx \alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{A'B'} = \overline{CA'} \alpha = \frac{R\alpha}{2}} \quad (1)$$

- **Nature** : Toujours d'après § 1.2.2.1.; on constate que si B est au dessus de l'axe optique, son image B' se trouve au dessous de l'axe et inversement, d'où : $A'B'$ est une image *réelle* et *inversée*.

1.2.2.3. $\overline{A'B'}$ étant proportionnel au rayon du miroir, on a, donc, intérêt à choisir R *grand* pour que l'image $A'B'$ soit de grande taille !

1.2.2.4. **Application numérique**: Sachant que $l' = 4,89 \times 10^{-6}$ rad et que $\alpha < 0$, on a :

$$\boxed{\overline{A'B'} = -140 \mu\text{m}}$$

1.2.3. Pour voir les deux points images A' et B' sur la CCD il faut que :

$$|\overline{A'B'}| \geq \sqrt{2}h \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha \geq \frac{2\sqrt{2}h}{R} = \alpha_{\min}}$$

Application numérique :

$$\boxed{\alpha_{\min} = \sqrt{2} \times 0,128'' = \sqrt{2} \times 6,25 \cdot 10^{-7} \text{ rad}}$$

1.3. Étude du télescope Cassegrain

1.3.1.

- A_1 est le conjugué, à travers (M_1), d'un point objet A à l'infini : A_1 se trouve au *foyer image* de M_1 .
- A_2 est l'image définitive, à travers le télescope, d'un objet à l'infini : A_2 est, donc, le *foyer image* du télescope.

- $A_1 \equiv F_1$ et A_2 sont conjugués à travers le miroir M_2 de sommet S_2 , soit :

$$\frac{1}{S_2 F_1} + \frac{1}{S_2 A_2} = \frac{2}{S_2 C_2} = -\frac{2}{R_2}$$

d'autre part :

$$\overline{S_2 F_1} = S_2 S_1 + S_1 F_1 = d - \frac{R_1}{2}$$

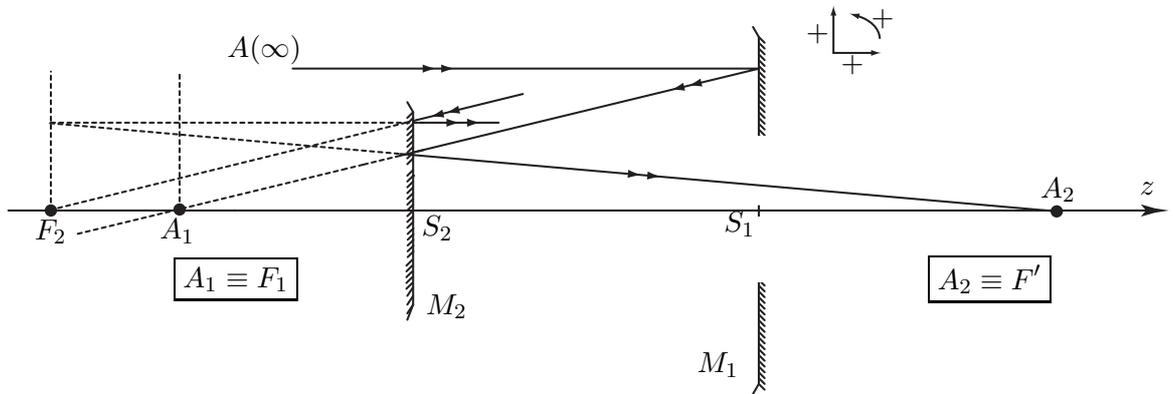
soit :

$$\overline{S_2 A_2} = \frac{R_2}{2} \left(\frac{R_1 - 2d}{R_2 - R_1 + 2d} \right)$$

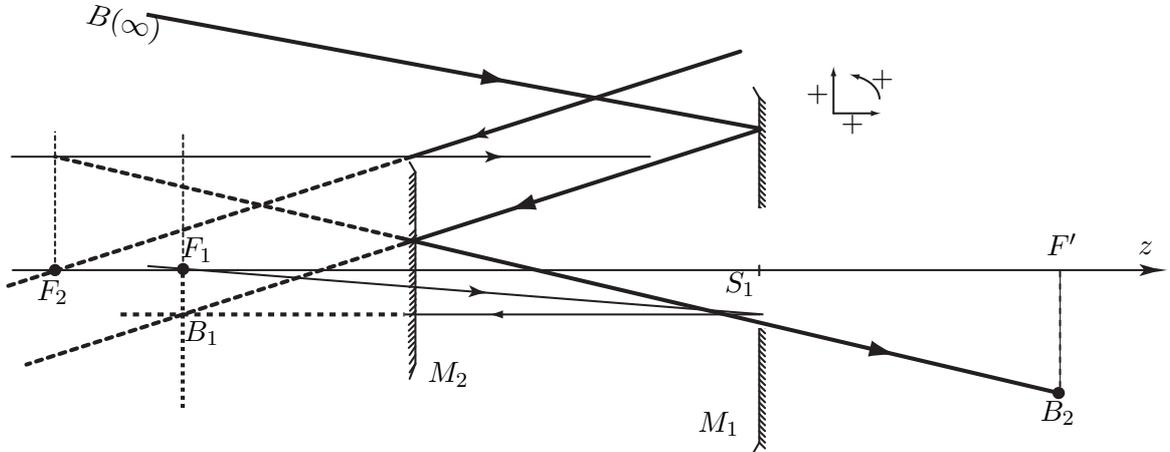
- Application numérique : $\overline{S_2 A_2} = 15,05 \text{ m}$

1.3.2. Construction des images

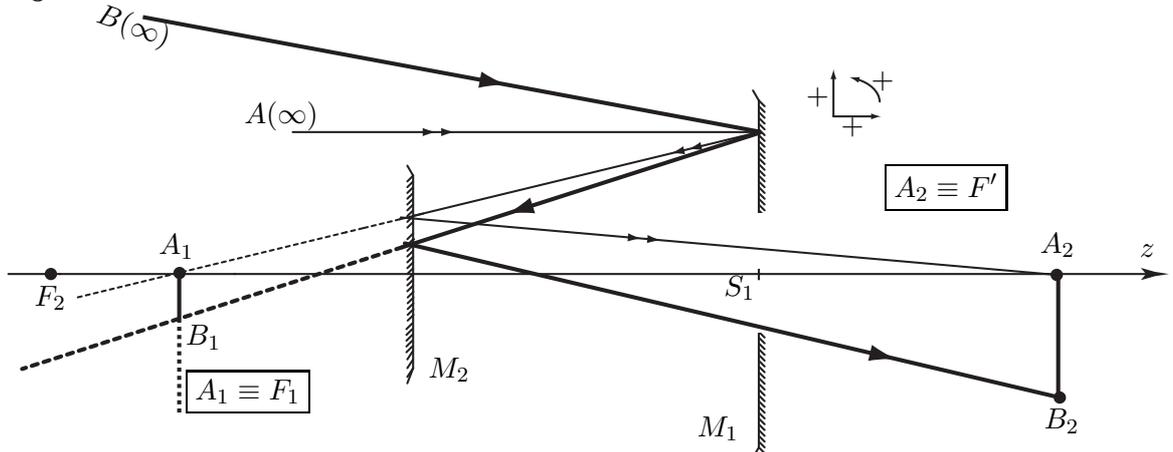
- Image de A :



- Image de B :



- Image de AB :



1.3.3. En utilisant la relation (1) établie dans la question § 1.2.2.2., on donne :

$$\overline{A_1 B_1} = \frac{R_1 \alpha}{2} \quad \text{et donc} \quad \overline{A_2 B_2} = \overline{A_1 B_1} \gamma = \gamma \frac{R_1 \alpha}{2}$$

1.3.4.

$$f = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\alpha} = \gamma \frac{R_1}{2}$$

1.3.5. **Application numérique** : on donne $\alpha = 2$ secondes d'arc.

• la position du foyer :

$$S_1 F' = S_1 A_2 = S_1 S_2 + S_2 A_2 \quad \Rightarrow \quad S_1 F' = -d + S_2 A_2 = 2,65 \text{ m}$$

• le grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{\overline{S_2 A_2}}{\overline{S_2 A_1}}$

$$S_2 A_1 = S_2 F_1 = S_2 S_1 + S_1 F_1 = d - \frac{R_1}{2} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\overline{S_2 A_2}}{\frac{R_1}{2} - d} = +7,6$$

• la focale : $f = \gamma \frac{R_1}{2} = 109,3 \text{ m}$

• la taille de l'image : $A_2 B_2 = f \alpha = 1,06 \text{ mm}$

• **conclusion** : Avec ce modèle de télescope, la taille de l'image finale est beaucoup plus grande que celle obtenue à l'aide d'un seul miroir ! ($\gamma = +7,6$).

1.3.6. Pour avoir les deux images A_2 et B_2 sur la matrice CCD il faut que : $|\overline{A_2 B_2}| \geq \sqrt{2}h$,

d'où : $\alpha \geq \frac{2\sqrt{2}h}{\gamma R_1} = \alpha'_{\min}$

Application numérique :

$$\alpha'_{\min} = \sqrt{2} \times 8,23 \cdot 10^{-8} \text{ rad} = \sqrt{2} \times 0,017'' \quad ; \quad \alpha'_{\min} < \alpha_{\min}$$

Conclusion : Avec le télescope, on obtient une meilleure résolution .